

УДК 621.0

ДВИЖЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С ЖИДКОСТНЫМ АВТОБАЛАНСИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ ПРИ НАРАСТАЮЩЕЙ ПО ЛИНЕЙНОМУ ЗАКОНУ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

В.А. Дубовик, Е.Н. Пашков

Томский политехнический университет

E-mail: epashkov@rambler.ru

Исследуются колебания ротора с автоматическим балансирующим устройством на гибком валу при переходе через критическую скорость. Дифференциальные уравнения, описывающие движение механической системы в горизонтальной плоскости, решаются численным методом Рунге-Кутты. Результаты расчетов сравниваются с известными для ротора без балансирующего устройства.

Для автоматического устранения неуравновешенности вращающихся роторов используют различные жидкостные автобалансирующие устройства (АБУ) [1]. При переходе через критическую скорость происходит увеличение амплитуды колебаний дисбаланса системы — наступает резонанс.

Поэтому необходимо исследование влияния АБУ на нестационарные процессы при изменении закона вращательного движения ротора. Случай скачкообразного изменения угловой скорости ротора с АБУ исследован в [2]. Ниже изучаются колебания системы с учетом сил внешнего сопротивления — демпфирования, возникающего при переходе через резонанс в случае равноускоренного вращения вала.

В соответствии с рис. 2 [2] рассмотрим движение ротора, содержащего камеру с поплавком, заполненную однородной несжимаемой жидкостью, симметрично закрепленного на гибком вертикальном валу, проходящем через его геометрический центр O_1 . Центр масс ротора (точка P) смещен от O_1 на расстояние $O_1P=e$. Точка O_2 — проекция оси опор вала на плоскость движения. При вращении ротора вал прогибается в месте крепления ротора на величину $O_2O_1=\delta$, поплавок 2, для которого геометрическая и материальная оси симметрии совпадают, так же как в поплавковых гироскопах [3] центрируется на оси вращения O_2 , и жидкость перетекает в сторону прогиба. Предполагаем, что при нестационарном движении ротора отрыв жидкости от стенок не происходит, и центрирование поплавка сохраняется. В этом случае центр масс слоя жидкости расположен на линии центров в точке G . Сформулированные допущения позволяют исключить из рассмотрения гидродинамическую задачу.

По аналогии с [4] введем в плоскости движения точек O_1 , G , P две системы координат с общим началом в точке O_2 : неподвижную систему $O_2\xi\eta$ и подвижную O_2x , ось O_2x которой параллельна отрезку O_1P . Законы вращательного движения ротора и системы O_2x определяются одним и тем же углом поворота $\beta(t)$ (t — время), следовательно ротор в подвижной системе координат может перемещаться только поступательно.

Координаты точки O_1 — точки пересечения вала с плоскостью движения обозначим через x , y и ξ , η соответственно в подвижной и неподвижной системах координат. Связь между ними устанавливается известными формулами

$$\begin{aligned}\xi &= x \cos \beta - y \sin \beta; \\ \eta &= x \sin \beta + y \cos \beta.\end{aligned}\quad (1)$$

На ротор со стороны вала действует сила упругости $\vec{F}_c = -c\vec{O_2O_1}$ и сила внешнего трения, пропорциональная абсолютной скорости точки O_1 (\vec{V}_{O_1}), $\vec{F}_\chi = -\chi\vec{V}_{O_1}$, где c и χ — коэффициенты упругости и внешнего трения. Условие равновесия всех внешних сил и сил инерции запишется в виде

$$-c\vec{O_2O_1} - \chi\vec{V}_{O_1} - m_1\vec{a}_P - m_2\vec{a}_G = 0. \quad (2)$$

Здесь m_1 и m_2 — массы ротора и жидкости; \vec{a}_P и \vec{a}_G — ускорения центров масс ротора и жидкости соответственно. Координаты точек P и G определяются выражениями

$$\begin{aligned}\xi_P &= \xi + e \cos \beta; & \eta_P &= \eta + e \sin \beta; \\ \xi_G &= r\xi; & \eta_G &= r\eta,\end{aligned}\quad (3)$$

где $r=r^2/(r_1^2-r_2^2)$; r_1 и r_2 — радиусы камеры и поплавка соответственно.

Проецируя (2) на неподвижные оси координат и используя (3) для вычисления ускорений, получаем дифференциальные уравнения движения ротора с АБУ

$$\begin{aligned}m\ddot{\xi} + \chi\dot{\xi} + c\xi &= m_1e(\cos \beta \cdot \dot{\beta}^2 + \sin \beta \cdot \ddot{\beta}), \\ m\ddot{\eta} + \chi\dot{\eta} + c\eta &= m_1e(\sin \beta \cdot \dot{\beta}^2 - \cos \beta \cdot \ddot{\beta}).\end{aligned}\quad (4)$$

Здесь $m=m_1+rm_2$, точки сверху означают производные по времени.

Из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси O_2 можно определить крутящий момент, обеспечивающий заданное вращение вала по закону $\beta=\beta(t)$.

Полагая в (4) $\dot{\beta}=\omega_0=\text{const}$, получаем стационарное движение, т.е. круговое движение вала с постоянной стрелой прогиба

$$\begin{aligned}\xi_0 &= D[(c-m\omega_0^2)\cos \omega_0 t + \chi\omega_0 \sin \omega_0 t], \\ \eta_0 &= D[(c-m\omega_0^2)\sin \omega_0 t - \chi\omega_0 \cos \omega_0 t], \\ D &= m_1e\omega_0^2 / [(c-m\omega_0^2)^2 + \chi^2\omega_0^2].\end{aligned}\quad (5)$$

Пусть начиная с начального момента времени угловая скорость ротора начала изменяться по закону

$$\dot{\beta} = \omega = \omega_0 + 2\varepsilon \cdot t, \quad (6)$$

где ω_0 — начальная угловая скорость, соответствующая стационарному движению (5), 2ε — угловое ускорение.

Начальными условиями движения, аналогично [3], следует взять значения ξ_0 , η_0 и их производные по времени при $t=0$ из (5)

$$\begin{aligned}\xi_0(0) &= D(c - m\omega_0^2); \quad \eta_0(0) = -D\chi\omega_0; \\ \dot{\xi}_0(0) &= D\chi\omega_0^2; \quad \dot{\eta}_0(0) = D(c - m\omega_0^2) \cdot \omega_0.\end{aligned}\quad (7)$$

Из (4) находим связь между критическими угловыми скоростями системы ротор-АБУ $\Omega = \sqrt{c/m}$ и самого ротора на гибком валу $\Omega_0 = \sqrt{c/m_1}$

$$\Omega = \Omega_0 \sqrt{\psi}, \quad (8)$$

где $\psi = m_1/m = 1/(1 + rm_2/m_1)$.

Соотношение (8) показывает, что с уменьшением параметра ψ , характеризующего конструкцию жидкостного АБУ, критическая скорость системы убывает по закону $\sqrt{\psi}$. Решение уравнений (4) можно получить в форме интегралов от произведений тригонометрических функций с малыми периодами, численная реализация которого требует вычислений в большом числе точек [4]. Поэтому для определения прогиба вала и дисбаланса системы предпочтительно перейти в (4, 5) по формулам (1) к координатам x , y точки O_2 подвижной плоскости. Уравнения движения и начальные условия принимают вид

$$\begin{aligned}m(\ddot{x} - 2\dot{\beta}\dot{y} - \ddot{\beta}y - \dot{\beta}^2x) + cx + \chi(\dot{x} - \dot{\beta}y) &= m_1e\dot{\beta}^2, \\ m(\ddot{y} + 2\dot{\beta}\dot{x} + \ddot{\beta}x - \dot{\beta}^2y) + cy + \chi(\dot{y} + \dot{\beta}x) &= -m_1e\ddot{\beta}.\end{aligned}\quad (9)$$

$$\begin{aligned}x(0) &= D(c - m\omega_0^2), \quad y(0) = -D\chi\omega_0, \\ \dot{x}(0) &= 0, \quad \dot{y}(0) = 0.\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь $\dot{\beta}$ изменяется по закону (6).

Прогиб вала δ и дисбаланс системы $(m_1 + m_2)r_c$ (r_c – отклонение центра масс от оси вращения), отнесенный к начальному дисбалансу ротора m_1e , запишутся в виде

$$\begin{aligned}\delta &= \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}, \\ d &= \frac{(m_1 + m_2)r_c}{m_1e} = \sqrt{[x(t)/(e\psi) + 1]^2 + [y(t)/(e\psi)]^2}.\end{aligned}\quad (11)$$

Задачи (9, 10) решаются численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности с автоматическим выбором шага [5]. На каждом шаге вычисляются значения прогиба, дисбаланса по формулам (11) и значение угловой скорости, соответствующее расчетному моменту времени по ур. (6).

Расчеты проведены для данных, используемых в [4] для ротора без АБУ: $\Omega_0 = 10^5 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon = 10 \text{ с}^{-2}$, начальная угловая скорость вала полагалась $\omega_0 = 40 \text{ с}^{-1}$. Установлено, что изменение прогиба вала и дисбаланса системы сильно зависят от силы внешнего трения, т.е. от отношения $n = \chi/m_1$. На рис. 1 показаны зависимости δ/e и d от $z = \omega/\Omega_0$ при равноускоренном переходе угловой скорости через критическую Ω_0 при различных значениях ψ ($\psi = 1$ – соот-

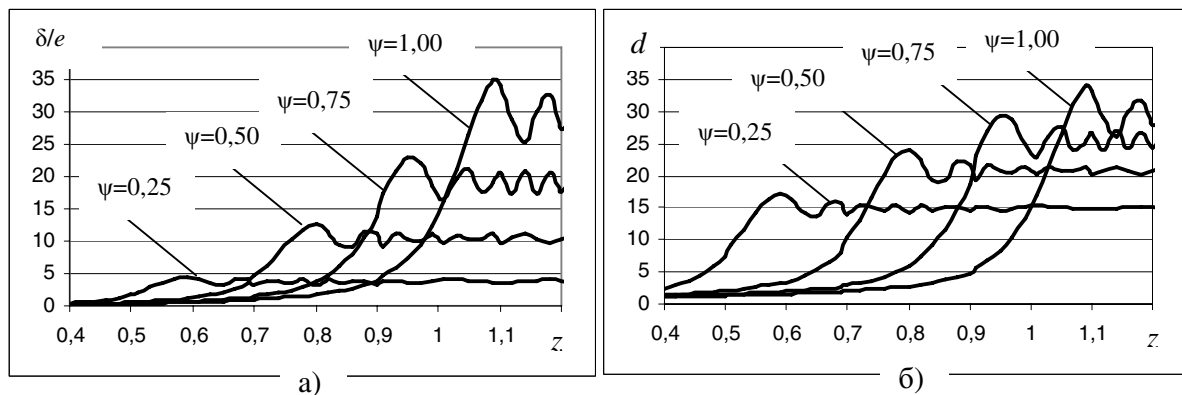


Рис. 1. Зависимость: а) прогиба вала δ/e и б) дисбаланса системы d от $z = \omega/\Omega_0$ при $n=0$

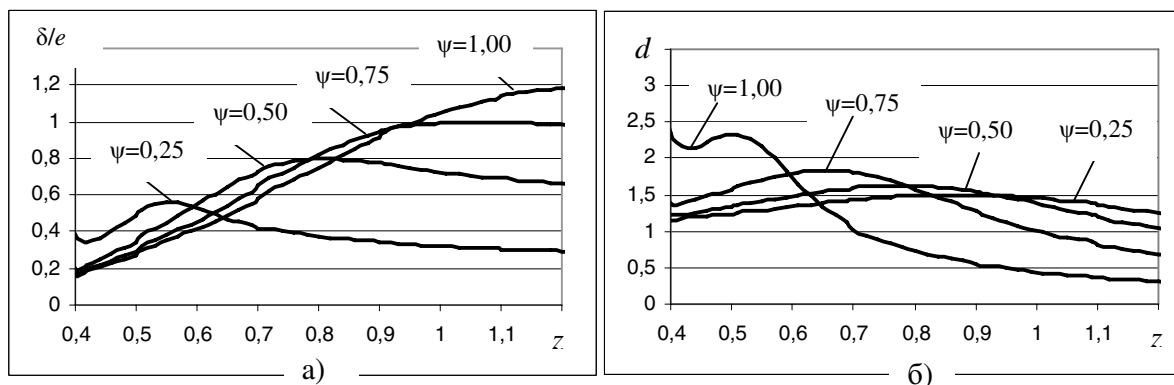


Рис. 2. Зависимость: а) прогиба вала δ/e и б) дисбаланса системы d от $z = \omega/\Omega_0$ при $n=100 \text{ с}^{-1}$

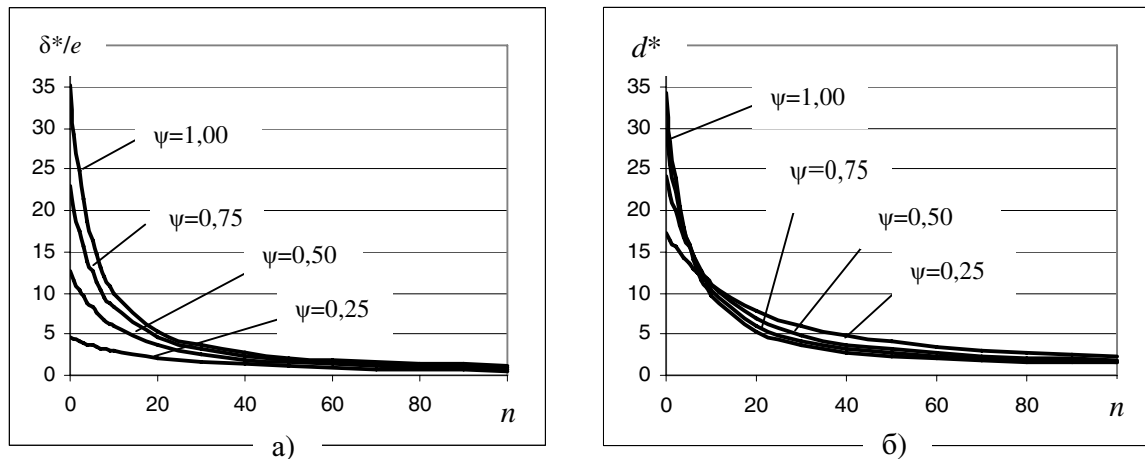


Рис. 3. Изменение: а) максимального прогиба вала δ^*/e и б) дисбаланса системы d^* от n

ветствует ротору без АБУ) для $n=0$, а на рис. 2 — для $n=100 \text{ с}^{-1}$. Из этих рисунков видно, что изменения дисбаланса системы для $n=0$ и $n=100 \text{ с}^{-1}$ резко отличаются друг от друга, так для первого случая максимальные отклонения дисбаланса системы при всех значениях ψ меньше, а для второго случая больше отклонения дисбаланса ротора без АБУ. Смена характеристики изменения дисбаланса наступает при $n=5 \text{ с}^{-1}$. Прогиб вала системы при всех n меньше, чем для ротора без жидкости. Кривая при $\psi=1$ на рис. 1, а, совпадает с соответствующей кривой для чистого ротора, приведенной в [4], что подтверждает точность расчета. На рис. 3 показаны зависимости максимального прогиба вала δ^*/e и дисбаланса системы d^* от n при различных значениях ψ .

По этим кривым для каждого n можно выбрать ψ , чтобы обеспечить переход системы через критическую угловую скорость с допустимыми прогибом и дисбалансом.

Сравнивая полученные результаты с [2], заключаем, что максимальная амплитуда колебаний дисбаланса ротора с АБУ при скачкообразном переходе через резонанс значительно больше, чем в рассмотренном случае, для больших сил сопротивления ($n=100 \text{ с}^{-1}$). Из сказанного следует, что жидкостное АБУ снижает критическую скорость, а при линейном нарастании и вибрацию ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. — М.: Наука, 2002. — 119 с.
2. Дубовик В.А., Пашков Е.Н. Нестационарное движение неуравновешенного ротора с жидкостным автобалансирующим устройством при скачкообразном изменении угловой скорости // Известия Томского политехнического университета. — 2005. — Т. 308. — № 5. — С. 123–125.

Выводы

1. Показано, что квадрат критической угловой скорости системы ротор — АБУ изменяется по линейному закону с уменьшением параметра ψ , характеризующего конструкцию жидкостного автобалансирующего устройства.
2. При равноускоренном нарастании угловой скорости (с переходом ее через критическую) максимальный дисбаланс системы для малых сил внешнего трения становится меньше, а для больших сил — больше дисбаланса ротора, максимальный прогиб вала при любом внешнем трении уменьшается с уменьшением параметра ψ . С увеличением угловой скорости в закритической области дисбаланс системы за счет её самоцентрирования становится меньше дисбаланса ротора.
3. Переходный процесс зависит от закона изменения угловой скорости вала. При плавном её увеличении амплитуда колебаний дисбаланса и прогиба вала меньше чем при скачкообразном процессе.
4. Результаты расчетов переходного процесса следует учитывать при конструировании жидкостного АБУ и выборе режима нарастания угловой скорости, т.к. возникающая вибрация зависит от ψ и способа перехода через резонанс.

3. Андрейченко К.П. Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров. — М.: Машиностроение, 1987. — 128 с.
4. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. — М.: Изд-во АН СССР, 1959. — 246 с.
5. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. — М.: Мир, 1982. — 238 с.